

ESAME D'AMMISSIONE – MATEMATICA

per l'anno scolastico 2021/2022

Completare

Cognome:

Nome:

Scuola frequentata durante l'anno scolastico 2020/2021:

.....

Corso in matematica (3° media): ☐ corso base ☐ corso attitudinale

Voto in matematica alla fine della 3° media:

Corso in matematica (4° media): ☐ corso base ☐ corso attitudinale

Voto in matematica alla fine della 4° media:

Istruzioni

1. Risolvere direttamente sul testo dell'esame nello spazio a disposizione. Scrivere a penna.
2. Non viene accettata nessuna soluzione per tentativi. Scrivere tutti i passaggi giustificando ogni risultato.
3. Non è permesso l'uso della calcolatrice.
4. Non è ammesso altro materiale personale oltre a penne e riga.
5. Durata dell'esame: 1 ora e 30 minuti.

Chi termina in anticipo consegna ed esce dall'aula senza arrecare disturbo ai compagni.

Punteggi e valutazione

1) su 22	2) su 10	3) su 13
4) su 17	5) su 18	6) su 10

Punti totali: su 90

Nota:

$$Nota = \frac{\text{punti totali ottenuti}}{90} \cdot 5 + 1 \quad (\text{arrotondamento al punto intero o al mezzo punto})$$

ESERCIZIO 1 (22 punti)

Calcolare:

a) $12 - 55 : 11 + 6 \cdot (5 - 2) - 3 \cdot 5 =$ (4 punti)

$$= 12 - 5 + 6 \cdot 3 - 15 \quad (2)$$

$$= 12 - 5 + 18 - 15 \quad (1)$$

$$= 10 \quad (1)$$

b) $\{14 - 5 \cdot 3 + [(4 - 6) \cdot 3 + 18] : 3\} + (32 - 18) : 7 =$ (6 punti)

$$= \{14 - 15 + [(-2) \cdot 3 + 18] : 3\} + 14 : 7 \quad (2)$$

$$= \{-1 + [-6 + 18] : 3\} + 2 \quad (2)$$

$$= \{-1 + 12 : 3\} + 2$$

$$= \{-1 + 4\} + 2 \quad (1)$$

$$= 3 + 2$$

$$= 5 \quad (1)$$

c) $5^0 - (-3)^3 + 2^2 - (-2)^4 + 3^1 =$ (5 punti)

$$= 1 + 27 + 4 - 16 + 3 \quad (4)$$

$$= 19 \quad (1)$$

d) $\frac{6}{5} \cdot \left(2 - \frac{3}{2}\right) + 3 \cdot \left[\left(\frac{8}{3} - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{9}{4} + 1\right) + 2\right] =$ (7 punti)

$$= \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \left[\frac{13}{6} : \frac{13}{4} + 2\right] \quad (3)$$

$$= \frac{3}{5} + 3 \cdot \left[\frac{2}{3} + 2\right] \quad (2)$$

$$= \frac{3}{5} + 3 \cdot \frac{8}{3} \quad (1)$$

$$= \frac{3}{5} + 8$$

$$= \frac{43}{5} \quad (1)$$

ESERCIZIO 2 (10 punti)

- a) Ordinare dal più piccolo al più grande i seguenti numeri:

(4 punti)

$$\frac{7}{4} \quad ; \quad \frac{17}{12} \quad ; \quad \frac{15}{8}$$

$$\frac{42}{24} \quad ; \quad \frac{34}{24} \quad ; \quad \frac{45}{24} \quad \rightarrow \quad \frac{17}{12} < \frac{7}{4} < \frac{15}{8}$$

- b) Trasformare i seguenti numeri decimali in frazioni ridotte ai minimi termini:

(4 punti)

$$0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad (1)$$

$$2,65 = \frac{265}{100} = \frac{53}{20} \quad (1)$$

$$5,\bar{2} = \frac{52 - 5}{9} = \frac{47}{9} \quad (2)$$

- c) Trasformare le seguenti percentuali in frazioni ridotte ai minimi termini:

(2 punti)

$$16\% = \frac{16}{100} = \frac{4}{25} \quad (1)$$

$$2,4\% = \frac{24}{1000} = \frac{3}{125} \quad (1)$$

ESERCIZIO 3 (13 punti)

Semplificare le seguenti espressioni letterali indicando tutti i passaggi.

a) $a^4 \cdot a^3 = a^7$ (1 punto)

b) $x^8 : x^6 + 2x^2 = x^2 + 2x^2 = 3x^2$ (2 punti)

c) $-8 + 5y + 12 - 7y = -2y + 4$ (2 punti)

d) $12x^3 - 4x^2 - 5x^3 + 6x + 7x^2 - 7x = 7x^3 + 3x^2 - x$ (3 punti)

e) $-15a + 5 \cdot (b + 3a) - b \cdot (4 - b) + 3b^2 =$ (5 punti)
 $= -15a + 5b + 15a - 4b + b^2 + 3b^2 =$
 $= 4b^2 + b$

ESERCIZIO 4 (17 punti)

Risolvere in \mathbb{R} le seguenti equazioni:

a) $5x - 3 = 3x + 13$

(3 punti)

$$2x = 16$$

$$x = 8 \quad S = \{8\}$$

b) $3(x + 2) - 8 + 4x = 7 - 5(3x + 2)$

(5 punti)

$$3x + 6 - 8 + 4x = 7 - 15x - 10$$

$$3x + 4x + 15x = 7 - 10 - 6 + 8$$

$$22x = -1$$

$$x = -\frac{1}{22} \quad S = \left\{-\frac{1}{22}\right\}$$

c) $x + 2\left(\frac{x}{3} + \frac{5}{4}\right) = \frac{3}{2}x - 4$

(5 punti)

$$x + \frac{2}{3}x + \frac{5}{2} = \frac{3}{2}x - 4$$

$$\frac{6x + 4x + 15}{6} = \frac{9x - 24}{6}$$

$$x = -39 \quad S = \{-39\}$$

- d) Determinare due numeri sapendo che la loro somma vale 15 e che il numero maggiore equivale al doppio del minore diminuito di 3.

(4 punti)

Soluzione con 1 incognita:

$x = \text{numero maggiore}$

$15 - x = \text{numero minore}$

$$x = 2 \cdot (15 - x) - 3$$

$$x = 30 - 2x - 3$$

$$3x = 27$$

$$x = 9$$

Il numero maggiore è 9 e quello minore $15 - 9 = 6$.

Soluzione con sistema in 2 incognite:

$x = \text{numero maggiore}, y = \text{numero minore}$

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x = 2y - 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y - 3 + y = 15 \\ x = 2y - 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3y = 18 \\ x = 2y - 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 12 - 3 \end{cases} \rightarrow S = (9; 6)$$

ESERCIZIO 5 (18 punti)

a) Calcolare:

(4 punti)

- Il 30% di 120

$$30\% \text{ di } 120 = \frac{30}{100} \cdot 120 = 36$$

- Quanto è in percentuale 12 su 60

$$12 \text{ su } 60 = \frac{12}{60} \cdot 100 = 20\%$$

- b) Ho acquistato una nuova batteria per la mia e-bike pagandola il 25% in più del prezzo di listino dello scorso anno. Se ho pagato 225 CHF, quanto costava la batteria lo scorso anno? (5 punti)

x = prezzo di listino lo scorso anno

$$x + \frac{25}{100}x = 225 \Leftrightarrow \frac{125}{100}x = 225 \Leftrightarrow x = \frac{225 \cdot 100}{125} = 180 \text{ CHF}$$

- c) La distanza in linea d'aria tra Milano e Zurigo è di circa 220 Km. Se ho una cartina con scala 1: 500'000 quale distanza in centimetri misuro sulla cartina tra le due città? (5 punti)

$$1: 500'000 = x: 22'000'000$$

$$1 \cdot 22'000'000 = 500'000 \cdot x \rightarrow x = \frac{22'000'000}{500'000} = 44 \text{ cm}$$

- d) Per fare un certo lavoro 7 operai impiegano 40 ore. Quanto tempo impiegano 8 operai per fare lo stesso lavoro? (4 punti)

$$7 \cdot 40 = 280 \text{ ore totali lavorate}$$

$$8 \cdot x = 280 \rightarrow x = \frac{280}{8} = 35 \text{ ore}$$

ESERCIZIO 6 (10 punti)

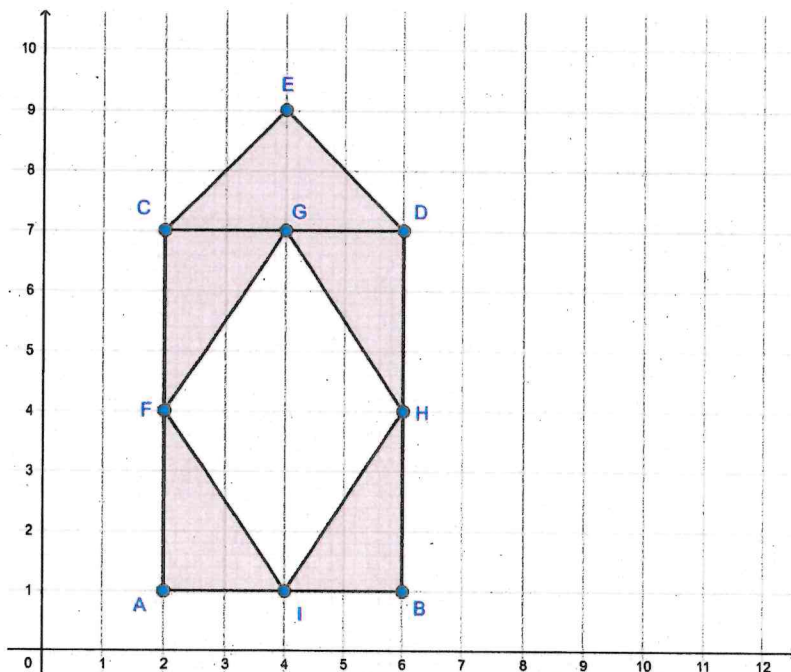
a) Calcola l'area della figura colorata sapendo che:

(5 punti)

$ABCD$ è un rettangolo;

$FGHI$ è un rombo;

CDE è un triangolo.



$$\text{Area rettangolo } ABCD = 6 \cdot 4 = 24$$

$$\text{Area triangolo } CDE = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$$

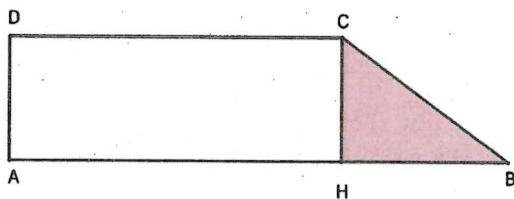
$$\text{Area rombo} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12$$

$$\text{Area figura colorata} = 24 + 4 - 12 = 16$$

- b) Il trapezio rettangolo in figura ha la base $\overline{AB} = 18 \text{ cm}$, l'altezza $\overline{AD} = 4 \text{ cm}$ e l'area del triangolo colorato che misura 12 cm^2 .

(5 punti)

Trova l'area del trapezio.



$$\text{Base del triangolo } \overline{HB} = \frac{2 \cdot \text{Area triangolo}}{\text{altezza}} = \frac{24}{4} = 6 \text{ cm}$$

$$\text{Base minore del trapezio } \overline{DC} = \overline{AB} - \overline{HB} = 18 - 6 = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Area del trapezio} = \frac{(\overline{AB} + \overline{DC}) \cdot \overline{AD}}{2} = \frac{(18 + 12) \cdot 4}{2} = 60 \text{ cm}^2$$