

SERIE §2

15.10.2024

1. Data l'ellisse di equazione

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$$

Utilizza la formula di sdoppiamento per trovare le equazioni cartesiane esplicite delle rette t_1 e t_2 tangenti all'ellisse nei punti appartenenti all'ellisse di ascissa $x = 2$. Dove si trova il punto di intersezione tra le due tangenti t_1 e t_2 appena trovate?

2. Determinare centro $C(x_c, y_c)$, vertici, fuochi ed eccentricità (lineare c e numerica ε) delle seguenti ellissi:

a) $e_1 : \frac{(x+7)^2}{169} + \frac{(y-12)^2}{25} = 1$

b) $e_2 : x^2 + 4y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$

c) $e_3 : 2x^2 + 4y^2 - x - 16y - 10 = 0$

3. Determina le eventuali coordinate dei punti di intersezione tra l'ellisse di equazione

$$\frac{(x-5)^2}{9} + \frac{(y+3)^2}{25} = 1$$

a) e l'asse delle ascisse

d) e la retta verticale $r_2 : x = 2$

b) e l'asse delle ordinate

e) e la retta $r_3 : y = x$

c) e la retta orizzontale $r_1 : y = -3$

f) e la retta $r_4 : y = -\frac{1}{2}x + 1$

4. Determina le soluzioni intere $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ (cioè con $x, y \in \mathbb{Z}$ numeri interi) dell'equazione diofantea* seguente. Spiega esaurientemente il motivo per il quale non esistono altre soluzioni oltre a quelle trovate.

$$x^2 - 8x + 25y^2 - 150y + 216 = 0$$

5. Determina l'equazione cartesiana canonica e l'eccentricità numerica ε dell'ellisse avente centro in $C(-1, -1)$ e tangente alle rette r_1 e r_2 di equazione

$$r_1 : 3x + 4y - 18 = 0 \quad \text{e} \quad r_2 : 4x + 3y - 18 = 0$$

*un'equazione diofantea (chiamata anche equazione diofantina) è un'equazione in una o più incognite con coefficienti interi di cui si ricercano le soluzioni intere. L'aggettivo diofanteo si riferisce al matematico greco del III° secolo Diofanto di Alessandria, che studiò equazioni di questo tipo.