

# SERIE §6

9.1.2025

1. Ricava l'equazione cartesiana dell'iperbole partendo dall'equazione  $||PF_1| - |PF_2|| = 2a$ .
2.
  - a) Determina l'equazione dell'iperbole avente centro nell'origine, fuoco  $F_1(8, 0)$  e un vertice in  $A(6, 0)$ .
  - b) Determina l'equazione dell'iperbole avente centro nell'origine, asse (trasverso)  $Oy$  e passante per  $P_1(4, 6)$  e  $P_2(1, -3)$ .
  - c) Determina le coordinate dei vertici e dei fuochi delle seguenti iperboli:

$$(i) x^2 - y^2 = 25 \qquad (ii) 49x^2 - 16y^2 = 784 \quad .$$

3. Mostra che il grafico della funzione reale  $x \mapsto y = \frac{1}{x}$  è effettivamente un'iperbole (utilizzando la definizione di iperbole), avente i vertici  $A_1(1, 1)$ ,  $A_2(-1, -1)$  e i fuochi  $F_1(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ,  $F_2(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ .
4.
  - a) Qual è l'equazione cartesiana di un'iperbole avente semiassi  $a$  e  $b$ , centro in  $O(0, 0)$  e i fuochi sull'asse delle *ordinate*?
  - b) Qual è l'equazione cartesiana di un'iperbole avente semiassi  $a$  (parallelo all'asse delle ascisse) e  $b$  e centro nel punto  $(x_0, y_0) \neq (0, 0)$ ?

5. Sia  $e \approx 2.7182 \dots$  il numero di Eulero. Le funzioni reali

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

sono dette rispettivamente **seno iperbolico**, **coseno iperbolico** e **tangente iperbolica**.

- a) Verifica che vale

$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} \quad \text{e} \quad \cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1 \quad .$$

- b) Mostra che i punti  $P(x, y)$  di coordinate

$$\begin{cases} x = a \cosh(t) \\ y = b \sinh(t) \end{cases}$$

si trovano su un'iperbole di semiassi  $a$  e  $b$ . Si tratta di una parametrizzazione dell'intera iperbole?