

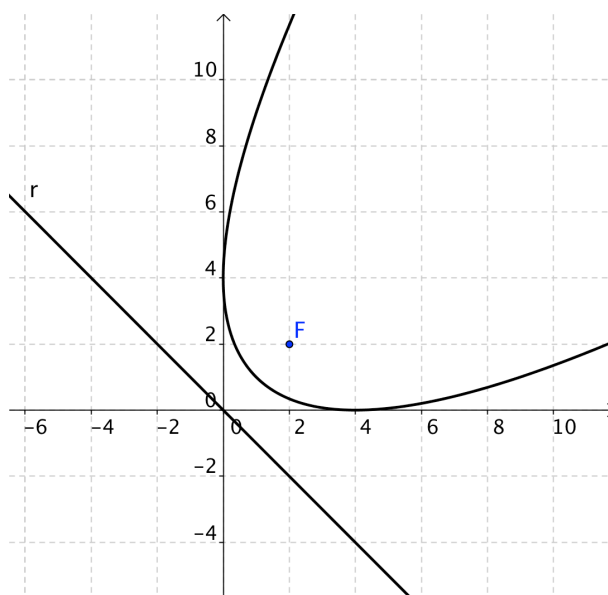
SERIE §8

18.2.2025

1. Determina l'equazione della parabola avente vertice nell'origine, asse di simmetria l'asse delle ascisse e passante per $P(4, -6)$. Determinane anche il fuoco e la direttrice.
2. Determina l'equazione della direttrice e dell'asse di simmetria e le coordinate del fuoco delle seguenti parabole:

(i) $y^2 = 3x$ (ii) $x^2 = -8y$.

3. a) Determina le equazioni delle tangenti alla parabola $y^2 = 3x$ passanti per il punto di coordinate $(1, 5)$.
b) Determina l'equazione delle tangenti alla parabola $x^2 = -8y$ aventi pendenza ± 1 .
4. a) Determina, a partire dalla definizione, l'equazione cartesiana della parabola avente fuoco $F(2, 2)$ e direttrice $r : y = -x$ (v. disegno).



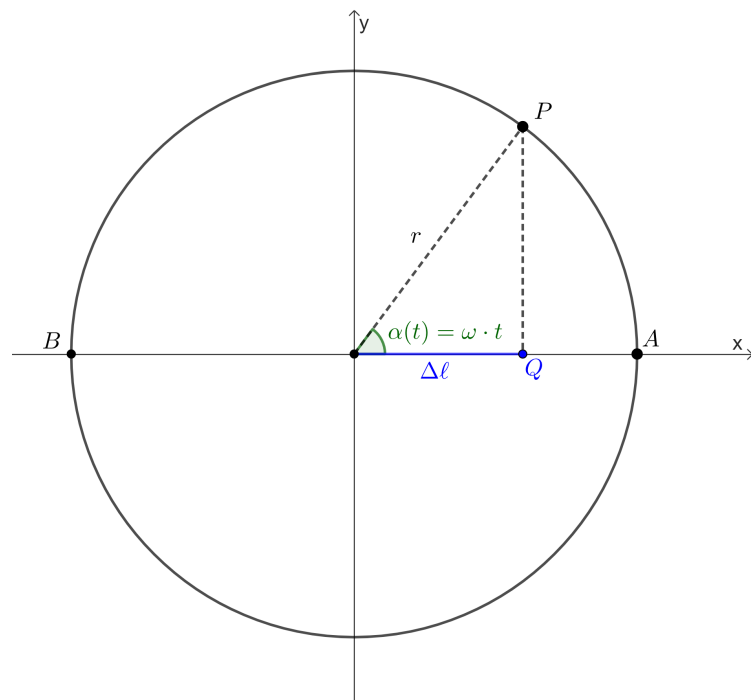
- b) Determina l'equazione cartesiana implicita della parabola ottenuta ruotando questa parabola data di $\frac{\pi}{4}$ in senso antiorario rispetto all'origine degli assi.
5. Abbiamo dimostrato la proprietà ottica del fuoco della parabola:

"Ogni raggio parallelo all'asse di una parabola viene riflesso nel suo fuoco."

Come è lecito aspettarsi, tutte le sezioni coniche possiedono delle proprietà ottiche focali, che indaghiamo mediante questo esercizio.

- a) Dimostra la proprietà ottica dei fuochi dell'ellisse, ovvero immaginando che l'ellisse sia una superficie riflettente, dimostra che un raggio di luce partente dal fuoco F_1 viene riflesso dall'ellisse nel fuoco F_2 e viceversa.

- b) Dimostra la proprietà ottica dei fuochi dell'iperbole, ovvero immaginando che l'iperbole sia una superficie riflettente, dimostra che un raggio di luce proveniente dal fuoco F_1 viene riflesso dal ramo dell'iperbole e il raggio riflesso coincide con il raggio proveniente dal fuoco F_2 e passante per il punto di riflessione (appartenente all'iperbole).
6. Considera un punto P , che si muove di moto circolare uniforme lungo una circonferenza di raggio r centrata all'origine degli assi, e la sua proiezione Q sull'asse delle ascisse come nella figura sottostante. Le posizioni di P e Q variano al variare dell'angolo $\alpha = \omega t$, dove $t [s]$ è il tempo e $\omega [rad/s]$ è la velocità angolare, costante nel caso di un moto circolare uniforme.



- a) Con lo scorrere del tempo t , il punto P si muove in senso orario oppure antiorario? Discuti due casi: uno nel caso in cui $\omega > 0$ e uno nel caso in cui $\omega < 0$.
- b) Determina il tipo di moto descritto dal punto Q e ricava la legge oraria di questo moto, ovvero produci un'equazione che descriva il moto dell'elongazione $\Delta \ell$ in funzione del tempo t , considerando che il punto Q al tempo $t = 0 s$ si trova in A .
- c) Cosa cambia nella formula dell'elongazione $\Delta \ell$ in funzione del tempo t appena ricavata, se il punto Q si trova inizialmente in $x_0 \in [-r, r]$ al tempo $t = 0 s$?
- d) Quale relazione c'è tra il periodo T (tempo necessario al punto P per compiere una rotazione completa) e la velocità angolare $\omega [rad/s]$?
- e) Stabilisci la posizione del punto Q quando la sua velocità è pari a zero e quando la sua velocità è massima.
7. Un oggetto si muove di moto armonico con ampiezza $0.6 m$ e periodo $T = 0.8 s$. Sapendo che al tempo $t = 0 s$ l'oggetto ha velocità pari a $0 m/s$, determina la velocità media $\bar{v}$ in tutti i sottointervalli di tempo di $[0 s ; 0.8 s]$ di ampiezza $0.05 s$. Riesci a stimare la velocità massima dell'oggetto? Perché si tratta di una stima e come si potrebbe procedere per ottenere un valore più preciso di questa velocità massima?